التّمرين الأوّل (06 نقــــاط)

1- اثبت ان العــــددين 993 و 170 اوليـــان فيمــا بينهما

نعتبر في مجموعــــة الاعـــداد الصحيحة المعادلة : $993x-170y=143............(E)$

ا)-عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الــــذي يحقق : $x_0+y_0=6$

ب)- حــل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلـــــة (E)

3 - جـــد اصغـــر عـــدد طبيـــعي a بحيث يكون باقي قسمة العــــدد $a-1$ على كل من العـــددين 1986 و 340 هـــو 14 و 300 على الترتيب

التمرين الثاني (08 نقاط) :

1) ادرس حسب قيم العــــــدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقلـيـديـــة للعــددين 2^n و 4^n على 7

2) – نضع مـــن اجل كل عـــدد طبيعي n : $\alpha_n = 2^n + 4^n + 8^n$

3)- برهن انه من اجل كل عـــدد طبيعي n فـــان : $\alpha_{n+3} \equiv \alpha_n[7]$

4)- عين قيم العـــدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} 2^n \times n+n+1 \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[4] \\ 20 \leq n \leq 80 \end{cases}$

التمرين الثالث (06 نقاط) :

يحتوي كيس على كرتين بيضاوين تحمل إحداهمـا تحمل الرقــم 1 و الأخرى تحمل الرقـــم 2 و 3 كرات حمراء تحمل الأرقـــام 2 و 4 كرات خضراء مرقمـــة من 1 الى 4

نسحب 3 كـــرات في آن واحد مـــن هـــذا الكيس .

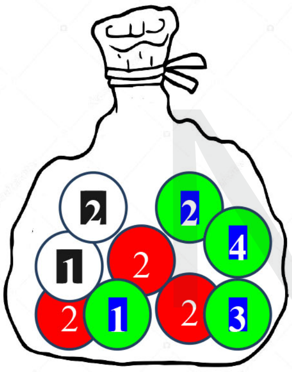
1)- أحسب عـــدد الطرق الممكنة لسحب :

أ) ثلاث كــــرات مــــن نفس اللون .

ب) ثلاث كـــرات تحمل نفس الرقـــم .

ج) كــــــــرة بيضـــــاء على الأقـــل .

د) كــــــرة خضــــراء على الأكثر .



2)- لتكن A الحادثة « **مجموع ارقـــام الكرات المسحوبة يساوي 6** » اثبت ان $P(A)=\frac{1}{4}$

حل التّمرين الأوّل (06 نقــاط)

1- اثبت ان العـــددين 993 و 170 اوليـــان فيمـا بينهما
ستعمال خوارزمية اقليدس او مبرهنة بيزو ....

2-تعيين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الـــذي يحقق : $x_0+y_0=6$

لدينا $993x_0-170y_0=143$ و $x_0+y_0=6$ بالتعويض نجدا ن

$x_0=1$ و $y_0=5$

و منه الحل الخاص هو $(x_0;y_0)=(1;5)$..

ب)- الحلول في $\mathbb{Z}^2$ للمعادلـــة (E)

لدينا: $\begin{cases} 993x-170y=143 \\ 993(1)-170(5)=143 \end{cases}$ ومنه: $993(x-1)=170(y-5)$

ومنه حسب مبرهنة غوص نجد : $x=170k+1$ و $y=993k+5$ مع $k\in\mathbb{Z}$ .....

3 -ايجاد اصغـــر عـــدد طبيـــعي a

لدينا: $a-1\equiv 14[1986]$ و $a-1\equiv 300[340]$ أي: $\begin{cases} a\equiv 15[1986] \\ a\equiv 301[340] \end{cases}$ ...

ومنه: $1986\alpha+15=350\beta+301$ أي: $993\alpha-170\beta=143$ ....

لكن $\alpha=170k+1$ بالتعويض نجد ان: $a=15+1986(170k+1)$ ....

من اجل $k=0$ ياخذ a اصغر قيمة و منه : $a=2001$ ....

حل التمرين الثاني (08 نقـاط) :

1) دراسة بواقي القسمة الاقليـديـــة للعددين 2^n و 4^n على 7 حسب قيم العـــدد n

لدينا : $2^0\equiv 1[7]$ $\quad 2^1\equiv 2[7]$ $\quad 2^2\equiv 4[7]$ $\quad 2^3\equiv 1[7]$ ....

من اجل كل عدد طبيعي k $2^{3k}\equiv 1[7]$ $\quad 2^{3k+1}\equiv 2[7]$ $\quad 2^{3k+2}\equiv 4[7]$ ......

لدينا كذلك: $4^0\equiv 1[7]$ $\quad 4^1\equiv 4[7]$ $\quad 4^2\equiv 2[7]$ $\quad 4^3\equiv 1[7]$ ....

من اجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k}\equiv 1[7]$ $\quad 4^{3k+1}\equiv 4[7]$ $\quad 4^{3k+2}\equiv 2[7]$ ......

بما ان : $\alpha_n = 2^n+4^n+8^n$ فان $\alpha_{n+3}=2^{n+3}+4^{n+3}+8^{n+3}$ ......

3)- البرهان انه من اجل كل عـــدد طبيعي n فان : $\alpha_{n+3}\equiv\alpha_n[7]$

لدينا : $\alpha_{n+3}=2^3\times 2^n+4^3\times 4^n+8^3$ وبما ان $2^3\equiv 1[7]$ $\quad 4^3\equiv 1[7]$ و $8^3\equiv 1[7]$

فــان : $\alpha_{n+3}\equiv 2^n+4^n+8^n[7]$ اي $\alpha_{n+3}\equiv\alpha_n[7]$ ....

4)- عين قيم العـــدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} 2^n\times n+n+1\equiv 0[7] \\ n\equiv 0[4] \\ 20\leq n\leq 80 \end{cases}$

مماسبق يمكن كتابة :

-من اجل : $n=3k$ نجد ان: $k\equiv 1[7]$ اي: $n=21\lambda+3$ مــع $\lambda\in\mathbb{N}$ ....

Nafouz

-من اجل: $n = 3k+1$ نجد ان: $k \equiv 5[7]$ اي: $n = 21\lambda + 16$ ....

-من اجل: $n = 3k+2$ نجد ان: $k \equiv 3[7]$ اي: $n = 21\lambda + 11$ ....

ما ان $20 \leq n \leq 80$ فـــان : $n \in \{24; 37; 32; 45; 58; 53; 66; 79\}$ ....

كن: $n \equiv 0[4]$ ومنه : $n \in \{24; 32\}$ ....

حل التمرين الثالث (06 نقـاط) :

المعطيات :

كرتين بيضاوين $[1-2]$

3كرات حمراء $[2-2-2]$ 4 كرات خضراء مرقمــة $[1-2-3-4]$

طريقة السحب سحب 3 كـــرات في آن واحد .

1)- عـــدد طرق السحب الممكنة لسحب :

أ) ثلاث كــــرات مــــن نفس اللون : $C_3^3 + C_4^3 = 1+4 = 5$

....

بـ) ثلاث كــــرات تحمل نفس الرقــــم : $C_5^3 = 10$

....

جـ) كــــــرة بيضــــاء على الأقــل : $C_2^1 \times C_7^2 + C_2^2 \times C_7^1 = 49$

....

د) كــــــرة خضــــراء على الأكثر: $C_4^1 \times C_5^2 + C_5^3 = 50$ ...

'دينا A « **مجموع ارقــــام الكرات المسحوبة يساوي 6** »

اثبت ان : $P(A) = \frac{1}{4}$

عدد الحالات الممكنة: $C_9^3 = 84$

....

عدد الحالات الملائمة: $C_5^3 + C_2^1 \times C_5^1 \times C_1^1 + C_2^2 \times C_1^1 = 21$

ومنه

: $P(A) = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$ ....